



## 18<sup>e</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques organisée par l'ARDM

**Brest, 19-26 août 2015**

<http://eedm18.sciencesconf.org/>

### Première annonce

**Lieu :** Les travaux de l'école d'été auront lieu au Centre de Keraudren à Brest.



**Dates :** L'ouverture de l'école se fera le 19 août à 18h30 et sera suivi d'un apéritif de bienvenue. La clôture de l'école se fera le 26 août à 12h.

Les travaux de l'école d'été seront précédés d'une demi-journée destinée aux jeunes chercheurs, qui débutera le 19 août à 13h30.

#### **Comité scientifique et d'organisation**

Ghislaine Guedet, co-responsable de l'EE 18, ESPE de Bretagne, UBO, CREAD

Yves Matheron, co-responsable de l'EE 18, Institut Français de l'Éducation, ENS Lyon

Valentina Celi, ESPE d'Aquitaine, Université de Bordeaux, LACES, E3D

Charlotte Derouet, LDAR, Université Paris Diderot

Dominique Forest, ESPE de Bretagne, UBO, CREAD

Mariza Krysinska, Ladimath - Université de Liège (Belgique)

Serge Quilio, Université de Nice Sophia-Antipolis

Tomás Ángel Sierra, Université Complutense de Madrid (Espagne)

Christian Spitalas, Université Montpellier 2

Carl Winsløw, Université de Copenhague (Danemark)



## **Contenu et dispositifs de l'EE18**

Les travaux de cette école d'été concerneront principalement deux thèmes : « Enseignement et apprentissage de l'analyse » ; « Prise en compte didactique du collectif » et une question vive : « La didactique ou les didactiques ? ».

Chaque thème comporte 4 plénières qui donneront lieu à des cours ou conférences ; et des travaux dirigés (TD). Les TD sont d'une durée de 4h30 (trois plages de 1h30) ; pour chaque thème il y a 4 TD en parallèle. Les participants sont invités à suivre pour chaque thème l'intégralité d'un TD.

L'école d'été comportera par ailleurs des séminaires (responsable : Valentina Celi), des plages de posters (responsable : Dominique Forest) et une bibliothèque. Les propositions de séminaires ou de posters sont ouvertes à tous les participants, sans contraintes liées aux thèmes de l'école.

Nous vous invitons à consulter régulièrement le site web de l'école d'été (<http://eedm18.sciencesconf.org/>) qui sera alimenté avec des détails et des supports transmis par les intervenants.

Les préinscriptions seront ouvertes de fin août à fin octobre 2014, une information sera passée sur la liste ARDM.

Dès ce moment de préinscriptions, vous pourrez proposer une contribution sous la forme de poster ou de séminaire. La proposition comportera : un titre, un résumé de 15 ou 20 lignes ; 5 références bibliographiques. Vous serez informé(e) de l'acceptation de ces contributions aussi tôt que possible et au plus tard le 15 février 2015. Un appel à contribution pour séminaire ou poster sera relancé ultérieurement, selon les places disponibles.



### ***Demi-journée jeunes chercheurs***

En amont de l'ouverture de l'école d'été, la demi-journée destinée aux Jeunes Chercheurs sera l'occasion pour eux de se retrouver et/ou de s'intégrer à la communauté, et surtout d'échanger autour des deux thèmes retenus par le comité d'organisation. Elle aura pour but de se préparer et de mieux appréhender les grandes questions qui seront abordées par la suite, tout en restant dans un contexte de jeunes chercheurs.

Dans un premier temps, il s'agira de se familiariser avec les thèmes en mettant en synergie les travaux et les connaissances des jeunes chercheurs présents, afin de tenter de donner quelques éléments de réponses, nécessairement non exhaustifs, aux questionnements soulevés par l'enseignement de l'analyse et la prise en compte didactique du collectif. Dans la deuxième partie de l'après-midi, les jeunes chercheurs seront invités à réfléchir sur un ou plusieurs points plus spécifique(s) des deux thèmes de EE18. Cela prendra la forme d'un cours-TD, encadré par un intervenant jeune chercheur invité spécialement pour l'occasion.

Enfin, la demi-journée se terminera par une présentation générale des Jeunes Chercheurs au sein de l'ARDM et de discussions sur son fonctionnement, et ce dans le but de continuer à faire vivre ce groupe dynamique, et lui créer une identité au sein de cette école d'été.



## ***Thème 1 : enseignement et apprentissage de l'analyse***

**Responsables au sein du CSO : Mariza Krysinska et Tomás Ángel Sierra**

**Responsable scientifique extérieur : Marc Rogalski**

Ce thème est omniprésent dans l'enseignement dans de nombreux pays pour les élèves à partir de 15 ans, et jusqu'au niveau de l'université. L'importance de présenter les travaux didactiques sur l'analyse est donc certaine, ainsi d'ailleurs que les évolutions de son enseignement, parfois très grandes (par exemple en France, entre les programmes de 2002 et les tous derniers). A la 18<sup>e</sup> école d'été, on s'intéressera donc aux récents développements de ce thème qui n'a plus été abordé depuis longtemps dans les écoles d'été.

La présentation du thème peut se faire à partir de plusieurs entrées : l'apport de la didactique comme porteuse d'explication et d'interprétation de phénomènes liés à l'enseignement de l'analyse, l'épistémologie de l'analyse, la problématique de l'enseignement de l'analyse dans différentes institutions. Cette présentation peut être réalisée par différents questionnements :

- (1) Qu'est-ce qui caractérise épistémologiquement l'analyse mathématique, par rapport aux pratiques de la géométrie et de l'algèbre de ces niveaux d'enseignement ? On peut citer pêle-mêle : le raisonnement « à  $\varepsilon$  près », l'usage intensif des majorations et minorations, le rôle décisif de la recherche de conditions seulement suffisantes, le recours à la notion de négligeabilité, l'usage des approximations, en ce qui concerne les pratiques, bien souvent non enseignées explicitement ; les concepts de limite (suites et fonctions), continuité, dérivée et différentielle, intégrale, séries, développements limités..., objets explicitement à enseigner d'après les programmes. Quelles sont les natures épistémologiques de ces notions, selon les choix d'enseignement (« formalisatrices, unificatrices, généralisatrices », ou bien « réponses à un problème », ou « extensions de notions », ou...) ?
- (2) Existe-t-il au niveau secondaire plus un « calcul » centré sur les fonctions et leurs usages assez « mécaniques » et négligeant le point de vue d'analyse locale ? Quelles pratiques de travail mathématique cela génère-t-il, par rapport à l'analyse mathématique ? Quels sont les problèmes de rupture entre calcul et analyse mathématique ? Quelles sont les éléments communs et les ruptures dans la transition secondaire-supérieur ?
- (3) Relativement à la question précédente, quelles sont les demandes et les buts des diverses institutions d'enseignement et de formation, du secondaire et du supérieur, des universités et des écoles professionnelles ?
- (4) Quels rapports entre compréhension des nombres réels et analyse mathématique ? Quel travail sur le discret et le continu, sur l'idée d'approximation ? Cette approche peut-elle constituer une entrée dans l'analyse mathématique, par exemple au supérieur ? Avant ?



- (5) Ou bien l'approche privilégiée de l'analyse peut-elle se faire (se fait-elle) *via* la notion de fonction ? Dans ce cas, l'introduction aux fonctions ne demande-t-elle pas une pratique des grandeurs et de la covariation de grandeurs susceptible de déboucher sur les notions de graphes et de « formules » ? Quels rapports avec des activités de modélisation en classe ?
- (6) On peut préciser la dernière question en évoquant les rapports entre analyse mathématique et autres sciences, en particulier la physique dont elle peut sembler constitutive...
- (7) Les moyens modernes de calculs et de tracés de courbes peuvent-ils favoriser certaines approches de l'analyse ou au contraire, favoriser l'enseignement d'analyse par ostension ou même être obstacle dans son apprentissage ? Ne présupposent-elles pas certaines compréhensions telles que les associations fonction-graphe et/ou fonction-formule ? A partir de quel niveau peut-on les utiliser avec profit et dans quelles conditions ?
- (8) Quels moyens d'analyse didactique peut-on mettre en œuvre pour étudier toutes ces questions ? L'analyse des organisations mathématiques des programmes et des manuels ? La mise au jour des manières de fréquenter le travail mathématique dans lesquelles on place les élèves et étudiants (un « espace de travail ») ? L'analyse des transpositions à l'œuvre dans différentes institutions ? De quelles ingénieries didactiques dispose-t-on pour étudier l'une ou l'autre de ces questions ? Existe-t-il des situations didactiques « sur le marché » ?

Sur toutes ces questions, les différents cours et TD présenteront des croisements différents selon les moyens d'analyse utilisés, les niveaux d'enseignement étudiés, les analyses épistémologiques retenues, les choix didactiques à l'œuvre dans les travaux de recherche présentés et synthétisés.

### Références Thème « Analyse »

Barquero, B., Bosch, M. & Gascón, J. (2013). The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 33(3), 307-338.

Bloch I. (2012) Rôle et statut des savoirs dans la pratique mathématique : l'exemple d'un basculement épistémologique dans l'enseignement de l'analyse. In Dorier, J.-L., Coutat, S. (Éd.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21 e siècle - Actes du colloque EMF2012* (p. 1400-1412). Suisse.

Bloch I., Ghedamsi I. (2005) Comment le cursus secondaire prépare-t-il les élèves aux études universitaires ? Le cas de l'enseignement de l'analyse en Tunisie, *Petit x* 69, 7-30.

Fonseca, C., Lucas, C. & Gascón, J. (2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, (en prensa).



García, F. J., Gascón, J., Ruiz-Higueras, L. & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics, *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 226-246.

González-Martín A., Bloch I., Durand-Guerrier V., Maschietto M. (2014) Didactic Situations and Didactical Engineering in University mathematics: cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education* 16(2) 117-134.

Job, P. (2011). *Etude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques*. Thèse, Université de Liège.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 16, 9-24. ([http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Annales de didactique et de sciences cognitives/volume 16/Kuzniak.pdf](http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Annales_de_didactique_et_de_sciences_cognitives/volume_16/Kuzniak.pdf))

Páez Murillo, R. E. & Vivier, L. (2013). Evolution of teachers' conceptions of tangent line, *Journal of Mathematical Behavior* 32, 209– 229.

Schneider, M. (1991). Un obstacle épistémologique soulevé par des "découpages infinis" des surfaces et des solides. *Recherches en Didactique des Mathématiques. Recherches en Didactique des mathématiques*, 11(2.3), 241-294

Schneider, M. (2001). Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques. A propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 21(1.2), 7-56.

Vandebrouck, F. (2011). Points de vue et domaines de travail pour l'étude des fonctions, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de Strasbourg* 16, 149-185.



## **Thème 2 : prise en compte didactique du collectif**

**Responsable au sein du CSO : Carl Winsløw**

**Responsable scientifique extérieur : Luc Trouche**

Le « collectif » est au cœur des processus d'apprentissage et d'enseignement, au cœur des relations entre *apprendre* et *faire apprendre*. Ce n'est d'ailleurs pas un constat nouveau en didactique des mathématiques, ni en France ni ailleurs. Un exemple paradigmatique est l'idée de « système didactique » en théorie des situations (Brousseau, 1998, avec des antécédents dans les œuvres classiques depuis Comenius et Herbart). Voir les phénomènes didactiques sous l'aspect de collectifs constitués par des personnes occupées par l'étude d'un savoir est donc à la base de la didactique. Au système didactique s'ajoutent - et s'entremêlent parfois - les « systèmes d'observation » (Brousseau, 1978) constitués, la plupart du temps, par les chercheurs, dont l'influence sur le système qu'ils étudient est parfois voulue (dans les expérimentations notamment), mais qu'il importe toujours de contrôler. D'autres systèmes plus vastes, dont les institutions et les sociétés, sont porteurs de collectifs plus vastes qui appellent, pour une compréhension élargie du didactique, des perspectives anthropologiques (Chevallard, 2002) et sociologiques (Douglas, 1999).

En effet, les recherches sur l'enseignement des mathématiques ont rencontré le collectif à tous les moments de leur développement (par exemple : le COREM, le développement des IREM, plus récemment dans le cadre des Lieux d'éducation associés à l'IFÉ). Actuellement, de nombreux projets français et internationaux questionnent plus particulièrement les interactions entre les collectifs et les ressources qui nourrissent leur activité, ou qu'ils conçoivent au cours de leur activité au cours des institutions d'enseignement des mathématiques (Gueudet & Trouche, 2008)

La question du collectif se pose aussi en raison de développements technologiques et de l'internationalisation progressive des recherches sur l'enseignement mathématiques. Ainsi, de nouveaux phénomènes didactiques apparaissent avec l'essor de l'Internet, et plus largement dans une période de métamorphose numérique des supports d'information et de communication ; citons, en guise d'exemples, le développement de l'association d'enseignants en ligne Sésamath (Pepin *et al.*, 2013), et la multiplication de « massive online open courses » (MOOC) disponibles sur Internet.

Encore une source d'intérêt pour cette question se trouve dans certaines pratiques professionnelles de collectifs d'enseignants comme les *lesson study* et *open lessons* au Japon (Miyakawa & Winsløw, 2010, 2013) et des pratiques similaires en Chine (Yang *et al.* 2013), qui ont été l'objet d'études approfondies afin de comprendre les différences manifestes de cultures éducatives qui existent entre ces pays et les pays occidentaux (Stigler & Hiebert, 1999 ; Ma, 1999). Ces pratiques ont ensuite été diffusées et adaptées à l'étranger, notamment aux Etats-Unis (voir par ex. Hart *et al.*, 2011).

Le collectif, finalement, est partout dense dans les théories qui sont travaillées en didactique des mathématiques à présent, à travers une diversité de concepts : milieu, interactions, communautés,



action conjointe (Sensevy, 2011), institutions, praxéologies et de cadres théoriques dans lesquelles ils vivent. Il est important de noter que « le collectif du didactique » ne peut être appréhendé qu'à travers ce qui le fonde et ce qu'il produit (savoirs professionnels ou mathématiques, projet didactique, ressources de l'enseignement, etc.).

Ce thème proposera un regard didactique sur les dimensions collectives du travail des acteurs impliqués dans l'enseignement des mathématiques, leur étude et leur développement. Nous focaliserons notre regard sur trois types d'acteurs relativement classiques : élèves, enseignants et chercheurs, ce qui nous amènera à décliner le thème à travers quatre fenêtres : le travail collectif des élèves, le travail collectif des professeurs, le travail collectif de professeurs avec des chercheurs, et les questions théoriques du collectif en didactique (qui, bien sûr, englobent les trois premières).

Nous considérerons des questions théoriques, en mettant en regard diverses conceptualisations du collectif (Lahire, 2012) ; des questions méthodologiques (quel suivi spécifique des collectifs, de leurs évolutions ?) ; nous ferons un lien spécifique avec les ingénieries didactiques, qui prennent toutes en compte le collectif : collectif d'élèves, collectif de professeurs dans des ingénieries coopératives, collectif dans la diffusion et la réception des ingénieries par la profession enseignante, collectif dans les attentes sociales et politiques envers l'école, etc. Il s'agira de faire le point sur les récents résultats de recherche concernant ces collectifs, au niveau international, et de dégager des pistes pour les recherches futures.

### **Références Thème « collectifs »**

Brousseau, G. (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie* 45, 130-140.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (2002). Ecologie et régulation. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (dir.), *Actes de la XI<sup>e</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp. 41-56). Grenoble : La pensée sauvage.

Douglas, M. (1999). *Comment pensent les institutions ?* Paris : La découverte.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2(3), 7-33.

Hart, Lynn C., Alston, Alice S., Murata, Aki (2011, Eds.). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. New York: Springer.

Lahire, B. (2012). *Monde pluriel : penser l'unité des sciences sociales*. Paris : Seuil.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah : Lawrence Erlbaum, 1999.



Miyakawa, T., & Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. *Education & Didactique* 3(1), 77-90.

Miyakawa, T., & Winsløw, C. (2013). Developing mathematics teacher knowledge: the paradidactic infrastructure of "open lesson" in Japan. *Journal of Mathematics Teacher Education* 16, 185-209.

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (eds.) (2013). Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration, special issue of *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7).

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

Stigler, J.W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Summit Books.

Yang, Y., Li, J., Gao, H. & Xu, Q. (2013). Teacher Education and the Professional Development of Mathematics Teachers, in J. Wang, (Ed.). *Mathematics and tradition in China*, pp. 205-238, Gale'Asia.



## **Question vive : la didactique ou les didactiques ?**

**Responsables au sein du CSO : Tomás Ángel Sierra – Serge Quilio**

La didactique des mathématiques a produit, au cours de son développement, un ensemble de concepts théoriques dont un nombre important ont été repris par des recherches portant sur d'autres savoirs. Par exemple et de manière non exhaustive : contrat didactique, milieu et situation à partir de la théorie des situations didactiques ou transposition didactique, mésogénèse, chronogénèse et topogénèse à partir de la théorie anthropologique du didactique. Néanmoins, les recherches en didactique se sont le plus souvent attachées à la discipline spécifique dont elles se centrent sur des moments ou des thèmes d'étude : didactique des mathématiques, du français, de l'EPS, etc. Cependant, le début du millénaire a vu à la fois le développement d'une approche comparatiste en didactique, l'approfondissement de la théorie anthropologique du didactique et, tout récemment, la parution de deux ouvrages réunissant des travaux portant sur l'enseignement de différents types de savoirs. La période actuelle voit ainsi, tout à la fois, un développement de recherches didactiques attachées à des spécificités disciplinaires – les disciplines étant souvent d'ordre scolaire –, et la volonté d'un dépassement pour interroger plus généralement *le* didactique.

On peut ainsi s'interroger sur ce que chacun entend et reconnaît, à sa manière, derrière des phénomènes désignés de « didactiques », et que l'on range alors dans une catégorie fondée sur une unité postulée. Au-delà de faits sociaux observés que l'on nomme d'enseignement ou d'étude, existe-t-il une possible unification théorique, et si oui jusqu'à quel point, ou bien faut-il irrémédiablement distinguer *des* didactiques à partir des savoirs sur lesquels elles s'appuient ? Dans quelle mesure peut-on parler d'un phénomène plus générique (l'étude, qui va se spécifier puisque l'étude est toujours *l'étude de* quelque chose par quelqu'un), dans quelle mesure peut-on surmonter un cloisonnement résultant d'une spécificité disciplinaire qui repose sur des constructions historiques ou sociales (on étudiait l'astronomie en cours de mathématiques ou le calcul des incertitudes (sur les mesures) dans le cours de physique ; dans certains pays histoire et géographie sont deux disciplines distinctes) ? Quand devoir tenir compte de ces spécificités dans la recherche *en didactique* ? Ou encore quelle théorisation *du didactique* à partir ou au-delà de la spécificité des savoirs déclarés mathématiques ?

### **Références question vive**

Chevallard, Y. (2013). Séance 6 du Journal du séminaire TAD/IDD <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-6.pdf>

Dorier, J-L., Leutenegger, F. & Schneuwly, B. (2013). *Didactique en construction – constructions des didactiques*, De Boeck

Elalouf, M-L., Robert, A., Belhadjin, A. & Bishop, M-F. (2012). *Les didactiques en question(s). État des lieux et perspectives pour la recherche et la formation*. De Boeck



Mercier, A. (2008). Pour une lecture anthropologique du programme didactique, *Education et didactique*, 2(1), 7-40

Revue Française de Pédagogie n°141 (2002). *Vers une didactique comparée*.